

THÈSE DE DOCTORAT DE

NANTES UNIVERSITÉ

ÉCOLE DOCTORALE N° 641
*Mathématiques et Sciences et Technologies
de l'Information et de la Communication*
Spécialité : *Mathématiques*

Par

Silvère NÉDÉLEC

Sur la koszulité de certaines propéradés

Thèse présentée et soutenue à Nantes, le 04 septembre 2024
Unité de recherche : LMJL (UMR 6629)

Rapporteurs avant soutenance :

Vladimir DOTSENKO Professeur des universités, Université de Strasbourg
Martin MARKL Senior research fellow, Mathematical Institute of the Czech Academy

Composition du Jury :

Président :		(à préciser après la soutenance)
Examineurs :	Éric HOFFBECK	Maitre de conférence, Sorbonne Université Paris nord
	Muriel LIVERNET	Professeure des universités, Université Paris Cité
	Geoffrey POWELL	Directeur de recherche, Université d'Angers
Dir. de thèse :	Friedrich WAGEMANN	Maitre de conférence, Nantes Université
Co-dir. de thèse :	Salim RIVIÈRE	Professeur agrégé, Nantes Université

Titre : Sur la koszulité de certaines propéradés

Mot clés : Propéradés, théorie des représentations, algèbre homologique, théorie de l'homotopie, théorie de la réécriture

Résumé : Dans cette thèse nous nous intéressons à certaines propéradés et leur éventuelle koszulité ou homotopie koszulité. Ces propriétés homologiques permettent notamment le calcul d'un modèle minimal et la (co)homologie des algèbres sur ces propéradés. Nous rappelons d'abord dans les deux premiers chapitres les bases de la théorie des représentations et des propéradés. Nous nous sommes dans un premier temps intéressés à la propéradé \mathcal{RB} encodant les racks bigèbres, un type de structure généralisant les algèbres de Hopf au même titre que les racks et les algèbres de Leibniz généralisent res-

pectivement les groupes et les algèbres de Lie. La propéradé \mathcal{RB} étant particulière dans sa construction, nous avons d'abord montré l'homotopie koszulité d'une propéradé intermédiaire. Dans un second temps, nous nous sommes intéressés à une famille de propéradés à paramètres, encodant des bigèbres associatives et coassociatives munies d'une relation supplémentaire faisant intervenir le produit et le coproduit. Le but était de déterminer si la confluence, en un certain sens, de ces propéradés était équivalente à leur koszulité.

Title: On kszulity of some properads

Keywords: Properads, representation theory, homological algebra, homotopy theory, rewriting theory

Abstract: In this manuscript, we were interested in some properads and their eventual kszulity or homotopy kszulity. These homological properties lead to several powerful tools, such as minimal model and (co)homology of algebras over such properads. We remind in the first two chapters the basics on representation theory and properads. Then we study the properad \mathcal{RB} encoding rack bialgebras, a structure that generalizes the structure of Hopf algebras, just as

racks and Lie algebras generalize respectively groups and Lie algebras. Because the properad \mathcal{RB} is particular in its presentation, we decided to prove the homotopy kszulity of an intermediate properad. In the final chapter, we studied a family of parametrized properads that encode associative and coassociative bialgebras with an extra relation involving the product and the coproduct. Le goal was to determine if confluence, in a certain sense, was equivalent to kszulity for these properads.