

THÈSE DE DOCTORAT

NANTES UNIVERSITÉ

ÉCOLE DOCTORALE N° 641
*Mathématiques et Sciences et Technologies
de l'Information et de la Communication*
Spécialité : *Mathématiques*

Par

Antoine MEDDANE

**Inégalités de Morse et Résonances de Ruelle
pour les flots Axiome A**

Thèse présentée et soutenue à Nantes, le 01/03/2023
Unité de recherche : Laboratoire de Mathématiques Jean Leray

Rapporteurs avant soutenance :

Semyon DYATLOV Associate Professor au MIT Mathematics, MIT, Cambridge
Frédéric FAURE MC HDR à l'Institut Fourier, Université Grenoble Alpes

Composition du Jury :

Examineurs :	Viviane BALADI	DR CNRS au LPSM, Sorbonne Université
	Sébastien GOUËZEL	DR CNRS à l'IRMAR, Université de Rennes 1
	Yannick GUEDES BONTHONNEAU	CR CNRS au LAGA-Institut Galilée, Université Paris Nord
	François LAUDENBACH	Professeur Émérite au LMJL, Nantes Université
	Nguyen VIET DANG	PR à l'Institut Camille Jordan, Sorbonne Université
Dir. de thèse :	Gabriel Rivière	PR au LMJL, Nantes Université

Titre : Inégalités de Morse et résonances de Ruelle pour les flots Axiome A.

Mot clés : Topologie, dynamique, spectre.

Résumé : Les flots Axiome A, définis par S. Smale en 1967, sont des dynamiques chaotiques qui généralisent les flots géodésiques sur les variétés à courbure négative et les flots de gradient de Morse sur une variété compacte. Depuis les travaux de M. Morse en 1927, il est connu que la dynamique de ces derniers entretient un lien profond avec la topologie de la variété sous-jacente, qui peut s'exprimer à travers des inégalités dites de Morse. Cette thèse fournit des inégalités de Morse dans le cadre général des flots Axiome A (vérifiant une hypothèse de transversalité forte) qui étendent celle préexistantes pour

les flots de gradient de Morse. L'approche spectrale utilisée pour obtenir de telles inégalités provient de l'étude des résonances pour les flots géodésiques sur les variétés à courbure négative. Cette approche, initiée par D. Ruelle dans les années 70, a reçu de nombreuses contributions ces cinquantes dernières années qui ont motivé les résultats de cette thèse. Finalement, celle-ci met en exergue une recette, inspirée de la théorie de Hodge, pour transformer un problème de topologie algébrique en un problème d'analyse pour les opérateurs de dérivée de Lie.

Title: Morse inequalities and Ruelle resonances for Axiom A flows

Keywords: Topology, dynamics, spectrum

Abstract: Axiom A flows are chaotic dynamics defined by Smale in 1967 which generalises the geodesic flows on negatively curved manifolds and the Morse gradient flow on compact manifolds. Since the early work of M. Morse in 1927, it is well-known that the dynamics of these last flows are related with the topology of the underlying manifold. Notably through Morse inequalities. This thesis provides Morse inequalities for Axiom A flows (verifying the strong transversality assumption) which ex-

tend the Morse inequalities for Morse gradient flows. The spectral approach used comes from the study of resonances for geodesic flows on negatively curved manifolds. This approach, initiated by D. Ruelle in the 70', received many contributions over the last fifty years which motivated the results of this thesis. Finally, it emphasizes a method inspired from Hodge theory to transform a topological problem to an analytical problem for the Lie derivatives operators.

