

# THESE DE DOCTORAT

NANTES UNIVERSITE

ECOLE DOCTORALE N° 641

*Mathématiques et Sciences et Technologies du numérique,  
de l'Information et de la Communication*

Spécialité : Mathématiques et leurs interactions

Par

**Jérôme GUÉRIZEC**

**Mélange polynomial pour le flot géodésique en courbure négative**

Thèse présentée et soutenue à Rennes, le 25 novembre 2024

Unité de recherche : Laboratoire de Mathématiques Jean Leray (LMJL) - UMR 6629

Institut de recherche de mathématique de Rennes (IRMAR) - UMR 6625

## Rapporteurs avant soutenance :

Thibault LEFEUVRE    Chargé de Recherche, CNRS, Sorbonne Université  
Yuri LIMA              Assistant Professor, Universidade Federal do Ceará

## Composition du Jury :

Président :            Gabriel RIVIÈRE    Professeur des universités, Nantes Université  
Examineurs :        Sébastien GOUÉZEL    Directeur de recherche, CNRS, Université de Rennes  
                              Thibault LEFEUVRE    Chargé de Recherche, CNRS, Sorbonne Université  
                              Yuri LIMA              Assistant Professor, Universidade Federal do Ceará  
                              Françoise PÈNE        Professeure des universités, Université de Bretagne Occidentale  
Dir. de thèse :        Samuel TAPIE        Professeur des universités, Université de Lorraine  
Co-dir. de thèse :    Barbara SCHAPIRA    Professeure des universités, Université de Montpellier

---

**Titre :** Mélange polynomial pour le flot géodésique en courbure négative

**Mots clés :** Systèmes Dynamiques, Théorie ergodique, Flot géodésique, Courbure négative, Vitesse de mélange

**Résumé :** Cette thèse est consacrée à l'étude de la vitesse de mélange du flot géodésique pour la mesure d'entropie maximale, appelée mesure de Bowen-Margulis-Sullivan, sur une famille de variétés riemanniennes à courbure négative pincée non-compactes et géométriquement finies pour lesquelles cette mesure est finie. Nous rappellerons la construction de cette famille de variétés, essentiellement due à Marc Peigné. Nous montrerons que le flot géodésique sur ces variétés, restreint à son ensemble non-errant, est conjugué à un flot de suspension au-dessus d'un système dynamique discret obtenu comme décalage sur un alphabet dénombrable. Grâce à cette conjugaison nous démontrerons notre résultat principal : sur de telles variétés non-compactes à courbure négative, le flot géodésique mélange à vitesse polynomiale pour la mesure de Bowen-Margulis-Sullivan. Notre preuve adapte au cas des flots un formalisme de renouvellement dû à Sébastien Gouëzel, combiné avec les idées de Dmitri Dolgopyat adaptées par Ian Melbourne et Dalia Theresiou au cas non-compact.

---

**Title :** Polynomial mixing for the geodesic flow in negative curvature

**Keywords :** Dynamical Systems, Ergodic Theory, Geodesic flow, Negative curvature, Speed of mixing

**Abstract :** This thesis studies the speed of mixing for the geodesic flow for the measure of maximal entropy, called the Bowen-Margulis-Sullivan measure, on a family of non-compact geometrically finite manifolds with pinched negative curvature for which this measure is finite. We recall the construction of this family, essentially due to Marc Peigné. We will show that the restriction of the geodesic flow to its non-wandering set is conjugated to a suspension flow over a discrete dynamical system, which is given by a countable Markov shift. Thanks to this conjugation, we will prove our main result: for such non-compact negatively curved manifolds, the geodesic flow is mixing with polynomial speed for the Bowen-Margulis-Sullivan measure. Our proof adapts to the flow case a renewal formalism due to Sébastien Gouëzel, combined with Dmitri Dolgopyat's ideas adapted by Ian Melbourne and Dalia Theresiou to the non-compact case.