

THESE DE DOCTORAT

NANTES UNIVERSITE

ECOLE DOCTORALE N° 641

*Mathématiques et Sciences et Technologies du numérique,
de l'Information et de la Communication*

Spécialité : Mathématiques et leurs interactions

Par

Jérôme GUÉRIZEC

Mélange polynomial pour le flot géodésique en courbure négative

Thèse présentée et soutenue à Rennes, le 25 novembre 2024

Unité de recherche : Laboratoire de Mathématiques Jean Leray (LMJL) - UMR 6629

Institut de recherche de mathématique de Rennes (IRMAR) - UMR 6625

Rapporteurs avant soutenance :

Thibault LEFEUVRE Chargé de Recherche, CNRS, Sorbonne Université
Yuri LIMA Assistant Professor, Universidade Federal do Ceará

Composition du Jury :

Président : Gabriel RIVIÈRE Professeur des universités, Nantes Université
Examineurs : Sébastien GOUÉZEL Directeur de recherche, CNRS, Université de Rennes
 Thibault LEFEUVRE Chargé de Recherche, CNRS, Sorbonne Université
 Yuri LIMA Assistant Professor, Universidade Federal do Ceará
 Françoise PÈNE Professeure des universités, Université de Bretagne Occidentale
Dir. de thèse : Samuel TAPIE Professeur des universités, Université de Lorraine
Co-dir. de thèse : Barbara SCHAPIRA Professeure des universités, Université de Montpellier

Titre : Mélange polynomial pour le flot géodésique en courbure négative

Mots clés : Systèmes Dynamiques, Théorie ergodique, Flot géodésique, Courbure négative, Vitesse de mélange

Résumé : Cette thèse est consacrée à l'étude de la vitesse de mélange du flot géodésique pour la mesure d'entropie maximale, appelée mesure de Bowen-Margulis-Sullivan, sur une famille de variétés riemanniennes à courbure négative pincée non-compactes et géométriquement finies pour lesquelles cette mesure est finie. Nous rappellerons la construction de cette famille de variétés, essentiellement due à Marc Peigné. Nous montrerons que le flot géodésique sur ces variétés, restreint à son ensemble non-errant, est conjugué à un flot de suspension au-dessus d'un système dynamique discret obtenu comme décalage sur un alphabet dénombrable. Grâce à cette conjugaison nous démontrerons notre résultat principal : sur de telles variétés non-compactes à courbure négative, le flot géodésique mélange à vitesse polynomiale pour la mesure de Bowen-Margulis-Sullivan. Notre preuve adapte au cas des flots un formalisme de renouvellement dû à Sébastien Gouëzel, combiné avec les idées de Dmitri Dolgopyat adaptées par Ian Melbourne et Dalia Theresiu au cas non-compact.

Title : Polynomial mixing for the geodesic flow in negative curvature

Keywords : Dynamical Systems, Ergodic Theory, Geodesic flow, Negative curvature, Speed of mixing

Abstract : This thesis studies the speed of mixing for the geodesic flow for the measure of maximal entropy, called the Bowen-Margulis-Sullivan measure, on a family of non-compact geometrically finite manifolds with pinched negative curvature for which this measure is finite. We recall the construction of this family, essentially due to Marc Peigné. We will show that the restriction of the geodesic flow to its non-wandering set is conjugated to a suspension flow over a discrete dynamical system, which is given by a countable Markov shift. Thanks to this conjugation, we will prove our main result: for such non-compact negatively curved manifolds, the geodesic flow is mixing with polynomial speed for the Bowen-Margulis-Sullivan measure. Our proof adapts to the flow case a renewal formalism due to Sébastien Gouëzel, combined with Dmitri Dolgopyat's ideas adapted by Ian Melbourne and Dalia Theresiu to the non-compact case.