

THÈSE DE DOCTORAT

NANTES UNIVERSITE

ECOLE DOCTORALE N° 641

*Mathématiques et Sciences et Technologies du numérique,
de l'Information et de la Communication*

Spécialité : *(Mathématiques Appliquées)*

Par

Karzan Berdawood

Nouvelles méthodes itératives pour la résolution des problèmes de Cauchy gouvernés par des équations de type Helmholtz

Thèse présentée et soutenue à Erbil, le 20 Décembre 2023

Unité de recherche : Laboratoire de Mathématiques Jean Leray (LMJL)

Rapporteurs avant soutenance :

Abdellatif El Badia Professeur des universités, Université de Technologie de Compiègne
Roman Chapko Professeur des universités, Ivan Franko National, Université de Lviv

Composition du Jury :

Président :	Tamaz Tadumadze	Professeur, Ivane Javakhishvili Tbilisi State University
Examineurs :	François Jauberteau	Professeur des universités, Nantes Université
	Bastian Von Harrach	Professeur, Goethe-Universität Frankfurt am Main
	Fatima Aboud	Professeur Assistant, University of Diyala
Dir. de thèse :	Abdeljalil Nachaoui	Maitre de Conférences HDR, Nantes Université
Co-dir. de thèse :	Rostam Saeed	Professeur, Salahaddin University-Erbil

Titre : Nouvelles méthodes itératives pour la résolution des problèmes de Cauchy gouvernés par des équations de type Helmholtz

Mots clés : Problème de Cauchy inverse, Equation de Helmholtz, Méthode itérative.

Résumé : L'algorithme KMF proposé par Kozlov-Maz'iya-Fomin en 1991 est l'une des méthodes les plus utilisées pour simuler les problèmes de Cauchy. C'est une approche dans laquelle la solution est recherchée comme la limite d'une séquence de solutions à des problèmes bien posés. En raison de sa simplicité de mise en œuvre et de ses propriétés régulatrices, il a été largement utilisé dans la résolution de problèmes inverses pour les équations elliptiques.

Récemment, Kozlov, l'un des créateurs de cette technique, avec d'autres co-auteurs, ont montré que, dans le cas où le problème de Cauchy est gouverné par l'équation de Helmholtz, la méthode KMF ne converge que si le nombre d'onde est inférieur à une valeur particulière qui dépend du domaine.

C'est ce qui nous a motivé à développer des algorithmes itératifs à caractère régularisant, simples à mettre en œuvre, efficaces et dont la convergence ne se détériore pas lorsque le nombre d'onde dépasse la limite trouvée par Kozlov et ses co-auteurs. Nous avons aussi élargi l'utilisation de ces méthodes itératives au cas où le problème de Cauchy pour l'équation de Helmholtz est posé en un milieu non homogène. Nous avons ainsi créé deux nouveaux algorithmes inspirés de la méthode de décomposition de domaine. Enfin, l'efficacité et la précision des résultats fournis ont été discutées.

Title : New iterative methods for solving Cauchy problems governed by Helmholtz-type equations

Keywords : Inverse Cauchy problem, Helmholtz equation, Iterative method.

Abstract : The KMF algorithm proposed by Kozlov-Maz'iya-Fomin in 1991 is one of the most widely used methods for simulating Cauchy problems. It is an approach in which the solution is sought as the limit of a sequence of solutions to well-posed problems. Due to its simplicity of implementation and its regularizing properties, it has been widely used in solving inverse problems for elliptic equations.

Recently, Kozlov, one of the creators of this technique, together with other co-authors, showed that, in the case where the Cauchy problem is governed by the Helmholtz equation, the KMF method converges only if the wave number is less than a particular value which depends on the domain.

This is what motivated us to develop iterative algorithms with a regularizing character, simple to implement, efficient and whose convergence does not deteriorate when the wave number exceeds the limit found by Kozlov and his co-authors. We have also extended the use of these iterative methods to the case where the Cauchy problem for the Helmholtz equation is posed in a non-homogeneous medium. We have thus created two new algorithms inspired by the domain decomposition method. Finally, the efficiency and accuracy of the results provided were discussed.